TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Technische Wisunde en Informatica

Numerieke Wiskunde b.o. (a27c)
Numerieke Analyse CII (a108)
Numerieke Methoden PDV (a255)
1995/96 Serie 1

1. Oefening 3.10 (blz 48)

2. In plaats van (3.17) kan men ook oplossen:

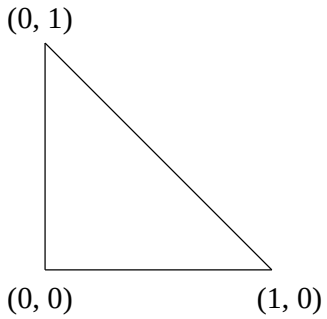
$$-\frac{d}{dx}e^{-vx}\frac{dy}{dx} = 0 \ , \quad y(0) = 0 \ , \quad y(1) = 1$$

Met centrale differenties (zie oefening 3.3.a blz 36) ontstaat een positief definitie matrix A.
Laat zien dat nu in de oplossing geen slingeringen optreden.
(Hint: veronderstel dat geldt: $u_{i-1} > u_i$ en $u_{i+1} > u_i$.)
Geef zelf een uitbreiding van deze methode voor het geval

$$-y'' + v(x)y' = f \ , \quad y(0) = 0 \ , \quad y(1) = 1 \ .$$

(Hint: beschouw $\phi(x) = \int_0^x v(t)st$).
Het bezwaar van deze methode is dat hij niet uitbreidbaar is naar 2 dimensies voor een plaataafhankelijk snelheidsveld.

3. Op de driehoek (0, 0), (1, 0), (0, 1) (zie tekening) beschouwen we de pdv



$$-div\ k\nabla\varphi + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\varphi = f$$

met φ, k, f en u functies van x en y. Tevens nemen we aan dat het medium incompresibel is:

$$div\ \boldsymbol{u} = 0$$

Op de randen gelden de volgende randvoorwaarden:

$$x = 0 \ : \ \varphi = g_1 \qquad\qquad x - y = 1 \ : \ k\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$$
$$y = 0 \ : \ \sigma\varphi + k\frac{\partial \varphi}{\partial n} = g_2$$

Dit probleem wordt opgelost met een eindige volumemethode met een equidistant rechthoekig grid.
Leid een $O(h^2)$ discretizatie molecuul voor het interne gebied af.
(Hint: wegens de incompressibiliteit geldt: $u\nabla\varphi = div\ (u\varphi)$
Laat zien hoe de randvoorwaarden op de 3 randen afzonderlijk behandeld moeten worden, zodat de nauwkeurigheid $O(h^2)$ blijft.
Aanwijzing: kies de knooppunten op de rand.

a108 en a27c inleveren vóór 1 december 1995