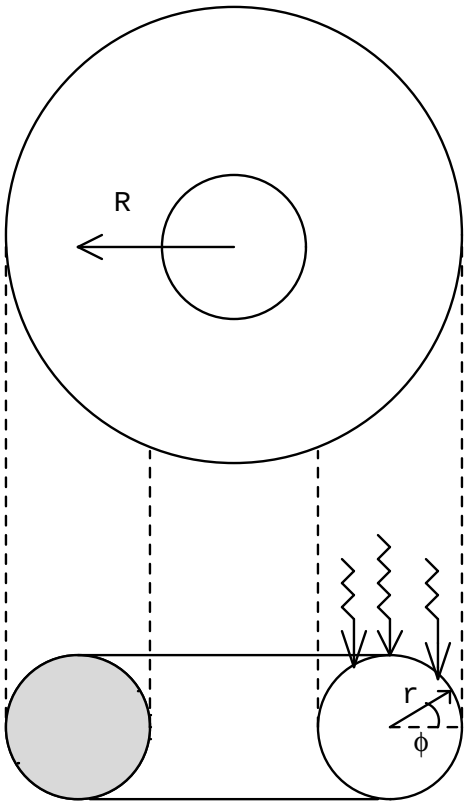
TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit Informatietechnologie en Systemen

Practicum Opgave 1.1.6
Numerieke Analyse CII (wi4014)
Numerieke Methoden PDV (wi3001)



Beschouw de torus uit de figuur. Deze torus wordt door de zon van bovenaf beschenen. Gevraagd wordt het warmteevenwicht in de torus te berekenen. Buiten de straling van de zon zijn er geen warmtebronnen.
De mathematische formulering van dit probleem luidt:

$$-\Delta T = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} + \alpha T = f \quad \text{op de rand} \tag{2}$$

Hierin is $T = (T_{torus} - T_{buiten}) *$ stralingsconstante,
f representeert de warmtebron en α is een materiaal constante.
De hoofdstraal van de torus is R, de bijstraal r.
De bronterm f wordt gegeven door:

$$f = \begin{cases} \sin\phi & \text{voor} \quad 0 < \phi < \pi \\ 0 & \text{voor} \quad \pi < \phi < 2\pi \end{cases}$$

Opgave:

a. Leid het minimaliseringsprobleem voor (1) onder de randvoorwaarde (2) af.

b. Van welke symmetrieën kan gebruik gemaakt worden bij de oplossing van dit probleem?

c. Voor het benaderen van de oplossing van het minimaliseringsprobleem wordt de eindige elementenmethode gebruikt. Leid de elementmatrices en vectoren af voor de interne elementen indien de elementen in de doorsnede vierhoekig zijn en een bilineaire benadering wordt gekozen.
Doe hetzelfde voor de lijnelementen.

d. Los het probleem op m.b.v. het SEPRAN pakket.
Gebruik $r = 1, R = 2$
Kies $\alpha = 1$ en los het probleem op met 2 verschillende gridverfijningen.
Maak een print van de temperatuur alsmede een contourplot.

e. Verklaar het temperatuurbeeld van de contourplot.

z.o.z.

f. Voer dezelfde berekening uit voor $\alpha = 100$.
Verklaar waarom de temeratuur hier lager is dan in d.