TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit Informatietechnologie en Systemen

Numerieke Wiskunde b.o. (wi4012)
Numerieke Analyse CII (wi4014)
Numerieke Methoden PDV (wi3001)
2000/2001 Serie 1

1. Oefening 3.10 (blz 48)

2. In plaats van (3.17) kan men ook oplossen:

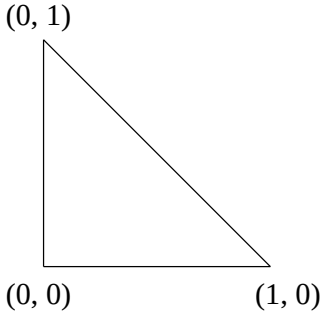
$$-\frac{d}{dx}e^{-vx}\frac{dy}{dx} = 0 \ , \quad y(0) = 0 \ , \quad y(1) = 1$$

Met centrale differenties (zie oefening 3.3.a blz 36) ontstaat een positief definiete matrix A.
Laat zien dat nu in de oplossing geen slingeringen optreden.
(Hint: veronderstel dat geldt: $u_{i-1} > u_i$ en $u_{i+1} > u_i$.)
Geef zelf een uitbreiding van deze methode voor het geval

$$-y'' + v(x)y' = f \ , \quad y(0) = 0 \ , \quad y(1) = 1 \ .$$

(Hint: beschouw $\phi(x) = \int_0^x v(t)\,dt$).
Het bezwaar van deze methode is dat hij niet uitbreidbaar is naar twee dimensies voor een plaatsafhankelijk snelheidsveld.

3. Op de driehoek (0, 0), (1, 0), (0, 1) (zie tekening) beschouwen we de pdv



$$-\text{div}\, k\nabla\varphi + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\varphi = f$$

met φ, k, f en u functies van x en y. Tevens nemen we aan dat het medium incompressibel is:

$$\text{div}\, \boldsymbol{u} = 0$$

Op de randen gelden de volgende randvoorwaarden:

$$x = 0 \ : \ \varphi = g_1 \qquad\qquad x - y = 1 \ : \ k\tfrac{\partial\varphi}{\partial n} = 0$$
$$y = 0 \ : \ \sigma\varphi + k\tfrac{\partial\varphi}{\partial n} = g_2$$

Dit probleem wordt opgelost met een eindige volumemethode met een equidistant rechthoekig grid.

(a) Leid een $O(h^2)$ discretisatie molecuul voor het interne gebied af. Hint: wegens de incompressibiliteit geldt:

$$\boldsymbol{u} \cdot \nabla\varphi = \text{div}\,(\boldsymbol{u}\varphi)$$

(b) Laat zien hoe de randvoorwaarden op de drie randen afzonderlijk behandeld moeten worden, zodat de nauwkeurigheid $O(h^2)$ blijft. Aanwijzing: kies de knooppunten op de rand.

wi4014 inleveren vóór 1 december 2000