

1. De antwoorden staan in de onderstaande tabel:

tijdstap	K	geschatte fout	echte fout
0.5	0.5	0.25	0.1179
0.25	0.2656	0.0664	0.0515

2. $h = 0.1, u_{1,1} = 0.9, u_{2,1} = -0.8$

3. Antwoorden voor de verschillende stelsels:

- (a) Eigenwaarden -1, 5 dus het stelsel is instabiel
- (b) Eigenwaarden -2, -1 dus het stelsel is stabiel. De stapgrootte moet kleiner dan 1 zijn voor de Modified Euler methode.
- (c) Eigenwaarden $-i$ en i dus het stelsel is stabiel. De Modified Euler methode is voor elke stapgrootte instabiel.

4. De eigenwaarden zijn: -3, $-i$ en i . Omdat Euler Voorwaarts instabiel is voor deze eigenwaarden, moeten we kiezen voor Euler Achterwaarts.

5. Het bijbehorende stelsel is

$$\begin{aligned}y_1' &= y_2 \\y_2' &= -8y_1 - 4y_2 + 6t + 1\end{aligned}$$

De eigenwaarden zijn $-2-2i$ en $-2+2i$. Uit het stabiliteitsgebied volgt dat $h = \frac{1}{2}$ de maximale stapgrootte is waarvoor de methode stabiel is.

We doen nu een stap met Euler Voorwaarts met $h = 0.1$.

$$\begin{aligned}w_1^{(0)} &= 0 \\w_2^{(0)} &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}w_1^{(1)} &= w_1^{(0)} + 0.1 \cdot w_2^{(0)} = 0.1 \\w_2^{(1)} &= w_2^{(0)} + 0.1 \cdot \{-8w_1^{(0)} - 4w_2^{(0)} + 6 \cdot 0 + 1\} = 1 + 0.1(-4 + 1) = 0.7\end{aligned}$$

6. De eigenwaarden van het gelineariseerde stelsel zijn:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cos y_1}}{2}$$

Uit invullen blijkt dat $|Q(h\lambda_{1,2})| = 1$. Hierbij is gebruikt dat $-1 \leq y_1 \leq 1$, immers het is een gedempte slinger. Hieruit volgt: $0.5403 \leq \cos(1) \leq \cos(y_1) \leq 1$. zodat $|\sqrt{1 - 4\cos y_1}| \leq \sqrt{3}$.