

**Oefenopgaven Serie 7 (cursus 2003/2004)**  
**wi2091/92: Numerieke methoden voor differentiaalvergelijkingen** <sup>1</sup>

**Behandelde begrippen**

- stijve stelsels differentiaalvergelijkingen, superstabiel
- Runge-Kutta methoden, meerstaps-methoden, Adams-Bashforth

**Opgaven**

1. Gegeven het stelsel

$$y_1' = 1195y_1 - 1995y_2, \quad y_1(0) = 2, \quad y_2' = 1197y_1 - 1997y_2, \quad y_2(0) = -2.$$

De exacte oplossing wordt gegeven door

$$y_1(t) = 10e^{-2t} - 8e^{-800t}, \quad y_2(t) = 6e^{-2t} - 8e^{-800t}.$$

- (a) Doe één stap met E.V. en E.A. met  $h = 0.1$  en vergelijk met het exacte antwoord.
  - (b) Bepaal voor welke stapgrootte E.V. stabiel is.
  - (c) Doe één stap met E.V. en E.A. met  $h = 0.0001$  en vergelijk met het exacte antwoord. Conclusie?
2. Gegeven de differentiaalvergelijking  $y' = y - t^2 + 1$  en  $y(0) = \frac{1}{2}$ . Benader  $y(0.1) = 0.6574145$  met E.V. met  $h = 0.025$  en de RK4 methode met  $h = 0.1$ . Welke methode verdient de voorkeur?
  3. Bepaal de versterkingsfactor van de RK4 methode en bepaal hiermee de orde van de lokale afbreekfout voor de testvergelijking.
  4. Tentamenopgave 10 april 2000

We beschouwen de functie  $f(x) = 4x^3$ ,  $x \in [0, 1]$ .

- (a) Geef de formule van de lineaire spline  $s$  op  $[0, 1]$  waarbij de roosterpunten gegeven worden door  $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1$ .
- (b) Geef een bovengrens voor de afbreekfout voor  $x \in [0, \frac{1}{2}]$ . Bepaal  $|f(\frac{1}{4}) - s(\frac{1}{4})|$  en vergelijk dit met de bovengrens.
- (c) Hoe groot is de afrondfout  $|\hat{s}(x) - s(x)|$  als we rekenen met een  $\hat{f}$ , waarbij  $|\hat{f}(x) - f(x)| < \varepsilon$ .
- (d) Stel  $\varepsilon = 0.1$ . Is het zinvol om een spline te gebruiken met een kleinere stapgrootte (+ motivatie)?

---

<sup>1</sup>voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi211/answer7.pdf>