

Oefenopgaven Serie 8 (cursus 2004/2005)
wi2604: Numerieke methoden I¹

Behandelde begrippen

- randwaarde problemen
- Dirichlet randvoorwaarde
- norm vector, norm matrix, conditiegetal, Gershgorin
- consistentie, stabiliteit, convergentie
- conditie discretisatie matrix

Opgaven

1. Gegeven het randwaarde probleem

$$y''(x) = 2(y(x) - x), \quad x \in [0, 1],$$
$$y(0) = 0, y(1) = 0.$$

- (a) Discretisatie geeft het volgende stelsel vergelijkingen $A \mathbf{w} = \mathbf{b}$. Geef A en \mathbf{b} .
(b) Geef een schatting voor de grootste en de kleinste eigenwaarde van A .
(c) Als de vector \mathbf{b} een relatieve fout heeft kleiner dan 10^{-4} , hoe groot is dan de relatieve fout in de vector \mathbf{w} ?

2. Gegeven het randwaarde probleem

$$-y''(x) = \sin x, \quad x \in [0, \pi],$$
$$y(0) = 0, y(\pi) = 0.$$

Geef de exacte oplossing. Neem $n = 2$ en bepaal de numerieke oplossing. Bereken $y_j - w_j$, $j = 1, 2$.

3. Gegeven het randwaarde probleem

$$-y''(x) + y(x) = f(x), \quad x \in [0, 1],$$
$$y(0) = 0, y(1) = 0.$$

De discretisatie wordt gebaseerd op

$$-\frac{w_{j-1} - 2w_j + w_{j+1}}{h^2} + \frac{1}{12}(w_{j-1} + 10w_j + w_{j+1}) = \frac{1}{12}(f_{j-1} + 10f_j + f_{j+1}).$$

Bepaal de afbreekfout (hint: gebruik in de laatste twee termen: $y_j'' = y_j - f_j$). Onderzoek de stabiliteit en toon aan dat de orde van de globale fout gelijk is aan vier.

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi211/answer8.pdf>